

**Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан.
6 класс, заключительный этап. 13 февраля 2021 года**

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл — 42

Предварительные результаты будут опубликованы 19 февраля. Заявления на апелляцию принимаются до 22.00 22 февраля. Подробности на сайте kazan-math.info.

1. Как уравновесить гирию в 121 г на чашечных весах, используя несколько гирь из набора 90 г, 91 г, 92 г, ..., 100 г? Каждую гирию можно использовать не более одного раза. *Достаточно привести один пример.*
2. Ренат и Рифат родились 13 февраля. В свой день рождения каждый из них получает торт со свечками, количество которых равно количеству исполнившихся ему лет. В год их знакомства у Рената на торте было столько же свечек, сколько у Рифата сегодня. Оказалось, что общее количество свечек на четырёх тортах Рената и Рифата (в этот и в тот год) равно 168. Сколько лет исполнилось Рифату сегодня? *Обоснуйте свой ответ.*
3. На какое наибольшее количество различных клетчатых фигур можно разрезать по линиям сетки квадрат 5×5 так, чтобы никакая из полученных фигур не являлась прямоугольником? Фигуры считаются различными, если их невозможно совместить наложением. *Обоснуйте свой ответ.*
4. Вася дошел из дома до школы за 30 минут. Одновременно с ним из дома в том же направлении выбежала собака, которую Вася держит на поводке длиной 5 метров. Каждый раз, когда собака удаляется от Васи на длину поводка, она меняет направление своего движения на противоположное. Так продолжалось до тех пор, пока они одновременно не добрались до школы. Найдите время, в течение которого собака бежала по направлению к Васе. Скорости Васи и собаки постоянны. *Обоснуйте свой ответ.*
5. На доске в ряд написаны 50 знаменателей: четные числа от 2 до 100. Петя и Вася по очереди (начинает Петя) приписывают к какому-нибудь из них сверху по одному числителю. Можно приписать или 1, или половину следующего знаменателя (например, к знаменателю 26 можно приписать числителем или 1, или $14 = 28/2$, а к знаменателю 100 можно приписать числителем или 1, или 51). После 50 ходов, когда все числители написаны, подсчитывается сумма всех получившихся дробей. Может ли Вася до начала игры загадать какое-то число (необязательно целое) и гарантированно получить сумму, равную загаданному числу? *Обоснуйте свой ответ.*
6. В клетках доски 10×10 расставлены пятьдесят нулей и пятьдесят единиц так, что в каждой клетке стоит ровно одно число. Отметили те стороны клеток, которые разделяют клетки с одинаковыми числами (и только их). Оказалось, что отмеченные стороны образуют замкнутую несамопересекающуюся ломаную. Докажите, что площадь, которую она ограничивает, — четная.

Математическая олимпиада школьников Республики Татарстан. 6 класс, заключительный этап. 13 февраля 2021 года

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл — 42

Предварительные результаты будут опубликованы 19 февраля. Заявления на апелляцию принимаются до 22.00 22 февраля. Подробности на сайте kazan-math.info.

1. Как уравновесить гирию в 121 г на чашечных весах, используя несколько гирь из набора 90 г, 91 г, 92 г, ..., 100 г? Каждую гирию можно использовать не более одного раза. *Достаточно привести один пример.*
2. Ренат и Рифат родились 13 февраля. В свой день рождения каждый из них получает торт со свечками, количество которых равно количеству исполнившихся ему лет. В год их знакомства у Рената на торте было столько же свечек, сколько у Рифата сегодня. Оказалось, что общее количество свечек на четырёх тортах Рената и Рифата (в этот и в тот год) равно 168. Сколько лет исполнилось Рифату сегодня? *Обоснуйте свой ответ.*
3. На какое наибольшее количество различных клетчатых фигур можно разрезать по линиям сетки квадрат 5×5 так, чтобы никакая из полученных фигур не являлась прямоугольником? Фигуры считаются различными, если их невозможно совместить наложением. *Обоснуйте свой ответ.*
4. Вася дошел из дома до школы за 30 минут. Одновременно с ним из дома в том же направлении выбежала собака, которую Вася держит на поводке длиной 5 метров. Каждый раз, когда собака удаляется от Васи на длину поводка, она меняет направление своего движения на противоположное. Так продолжалось до тех пор, пока они одновременно не добрались до школы. Найдите время, в течение которого собака бежала по направлению к Васе. Скорости Васи и собаки постоянны. *Обоснуйте свой ответ.*
5. На доске в ряд написаны 50 знаменателей: четные числа от 2 до 100. Петя и Вася по очереди (начинает Петя) приписывают к какому-нибудь из них сверху по одному числителю. Можно приписать или 1, или половину следующего знаменателя (например, к знаменателю 26 можно приписать числителем или 1, или $14 = 28/2$, а к знаменателю 100 можно приписать числителем или 1, или 51). После 50 ходов, когда все числители написаны, подсчитывается сумма всех получившихся дробей. Может ли Вася до начала игры загадать какое-то число (необязательно целое) и гарантированно получить сумму, равную загаданному числу? *Обоснуйте свой ответ.*
6. В клетках доски 10×10 расставлены пятьдесят нулей и пятьдесят единиц так, что в каждой клетке стоит ровно одно число. Отметили те стороны клеток, которые разделяют клетки с одинаковыми числами (и только их). Оказалось, что отмеченные стороны образуют замкнутую несамопересекающуюся ломаную. Докажите, что площадь, которую она ограничивает, — четная.